المطلوب:

١. احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي).
٢. إذا علمت أن الدخل لنفس الأسر يتبع توزيع تكراري متماثل وأن:
المنوال = ٨ والانحراف المعياري = ٢، فأدرس أي الظاهرتين أكبر تشتتاً، الإنفاق أم الدخل.
٣. احسب معامل الالتواء (أدرس تماثل التوزيع) باستخدام المنوال.
٤. احسب معامل الالتواء (أدرس تماثل التوزيع) باستخدام الوسيط.

الحـــــــل

نقوم بعمل الجدول العمودي المسمى (جدول إكس) لاستخراج الوسط الحسابي والانحراف المعياري:

الأجور	عدد الموظفين f	مركز الفئة X	f X	X^2f
0 -	3	(0+4)/2= 2	3∗2= 6	2∗6= 12
4 -	9	6	54	324
8 -	10	10	100	1000
12 -	14	14	196	2744
16 -	4	18	72	1296
	40		428	5376
	∑f		∑ f X	∑ X^2f

حساب الوسط الحسابي:

الوسط الحسابي $\bar{X} = \frac{\sum f X}{\sum f}$

$$\bar{X} = \frac{428}{40} = 10.7$$

حساب الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري $S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - (\bar{X})^2}$

$$S = \sqrt{\frac{5376}{40} - (10.7)^2} = 4.46$$

(١) حساب معامل الاختلاف (C.V.): وللحصول على معامل الاختلاف يتم تطبيق القانون التالي:

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V. = \frac{4.46}{10.7} * 100 = 41.68\ \%$$

(٢) حيث أن التوزيع متماثل وأن المنوال = ٨ فإن ذلك يعني بأن الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لابد وأن يكونوا متساوين، ولذا يكون: المنوال = ٨ الوسط الحسابي = ٨ الوسيط = ٨
وحيث أن الانحراف المعياري = ٢
فعلى ذلك يتم تطبيق القانون على الإنفاق تارة وعلى الدخل تارة أخرى لمعرفة أيهما أكبر تشتتاً.

معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) للإنفاق (وتؤخذ معلوماته من الجدول السابق المعطى):

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.com

$$C.V. = \frac{4.46}{10.7} * 100 = 41.68\ \%$$

معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) للدخل (وتؤخذ معلوماته من البيانات الجديدة المعطاة في السؤال):

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V. = \frac{2}{8} * 100 = 25\ \%$$

ومما سبق يتضح أن معامل اختلاف الإنفاق أكبر من معامل اختلاف الدخل، وعليه يكون الإنفاق أكثر تشتتاً من الدخل.

(٣) معامل الالتواء (تماثل التوزيع) باستخدام المنوال: يتم استخراج قيمة المنوال أولاً من خلال القانون التالي:

$$\text{المنوال} \quad D = L + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} * h$$

(1) $\Delta 1 = 14 - 10 = 4$
(2) $\Delta 2 = 14 - 4 = 10$

$$D = 12 + \frac{4}{4 + 10} * 4 = 13.14$$

يتم التعويض واستخراج معامل الالتواء باستخدام المنوال:

$$S.K.1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

$$= \frac{10.7 - 13.14}{4.46} = -0.55$$

التوزيع مائل باتجاه اليسار

(٤) معامل الالتواء (تماثل التوزيع) باستخدام الوسيط: يتم استخراج قيمة الوسيط أولاً من خلال عمل الجدول العمودي للحصول على (تكرار مجمع صاعد) ومن ثم تطبيق القانون:

الفئة	التكرار f	تكرار مجمع صاعد
0 -	3	3
4 -	9	12
8 -	10	22
12 -	14	36
16 -	4	40
	40	

وللحصول على ترتيب الوسيط نطبق القانون:

$$\text{ترتيب الوسيط} \quad C1 = \frac{\sum f}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

((فيكون لدينا)):

- ترتيب الوسيط = ٢٠
- التكرار السابق لترتيب الوسيط = ١٢
- تكرار فئة الوسيط = ١٠
- فئة الوسيط (L) = ٨
- طول الفئة (h) = ٤

Saudi University Student Association www.Ksa-Uvi.Com

الوسيط $M = L + \frac{C1 - C2}{C3} * h$

$M = 8 + \frac{20 - 12}{10} * 4 = 11.2$

يتم التعويض واستخراج معامل الالتواء باستخدام الوسيط:

$S.K.2 = \frac{3 (\bar{X} - M)}{S}$

$= \frac{3 (10.7 - 11.2)}{4.46} = -0.34$

إذا التوزيع مائل باتجاه اليسار

تمرين (٥): في دراسة لاستهلاك عينة من ٦٠ أسرة من المياه كان:

$\sum X^2 f = 13804$ $\sum Xf = 900$

المطلوب:

١- احسب الوسط الحسابي. ٢- احسب الانحراف المعياري.

٣- احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي).

ملاحظة: لفظ (عينة) تعني (مجموع التكرار).

الحـــــــــل

عينة $= \sum f = 60$

(١) حساب الوسط الحسابي:

الوسط الحسابي $\bar{X} = \frac{\sum f X}{\sum f}$

$\bar{X} = \frac{900}{60} = 15$

(٢) حساب الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري $S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - (\bar{X})^2}$

$S = \sqrt{\frac{5376}{40} - (15)^2} = 2.25$

(٣) حساب معامل الاختلاف:

$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$

$C.V. = \frac{2.25}{15} * 100 = 15\ \%$

تمرين (٣): إذا علمت أن الدخل للأسر يتبع توزيعاً تكرارياً وسطه الحسابي ٥,١ ألف ريال وانحرافه المعياري ١,٧ ألف ريال وأن الإنفاق يتبع توزيعاً تكرارياً وسطه الحسابي ٦ وانحرافه المعياري ٢.

١. احسب معامل اختلاف الإنفاق.
٢. احسب معامل اختلاف الدخل.
٣. أوجد ما إذا كان تشتت الدخل: أكبر من تشتت الإنفاق، أو مساوياً له أو أكبر منه.

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.Com

الـــحـــــــــل

(١) معامل اختلاف الإنفاق:

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V. = \frac{2}{6} * 100 = 33.33\ \%$$

(٢) معامل اختلاف الدخل:

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V. = \frac{1.7}{5.1} * 100 = 33.33\ \%$$

(٣) تشتت الدخل مساوياً لتشتت الإنفاق.

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.Com

أولاً: الإحصاء

٢- الارتباط والانحدار

وهو يختص بدراسة العلاقة بين ظاهرتين (X/Y) ينتج عن ذلك ثلاث نتائج:

١. معامل ارتباط برسون (الخط البسيط).
٢. معادلة خط الانحدار (مقدار Y بمعلومية X).
٣. معامل ارتباط سبيرمان (الرتب).

وتقوم كافة المعطيات أعلاه والوصول إليها عن طريق الوصول إلى مفردات الارتباط والانحدار وهي كما يلي:

بيانات الارتباط (٤) بيانات

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

$$SX = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2}$$

$$SY = \sqrt{\frac{\sum Y^2}{n} - (\bar{Y})^2}$$

بيانات الانحدار (٣) بيانات

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

$$S^2X = \frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2$$

حيث يتم الحصول على المعلومات أعلاه من واقع إعداد جدول للبيانات على النحو التالي:

X	Y	XY	X^2	Y^2
$\sum X$	$\sum Y$	$\sum XY$	$\sum X^2$	$\sum Y^2$

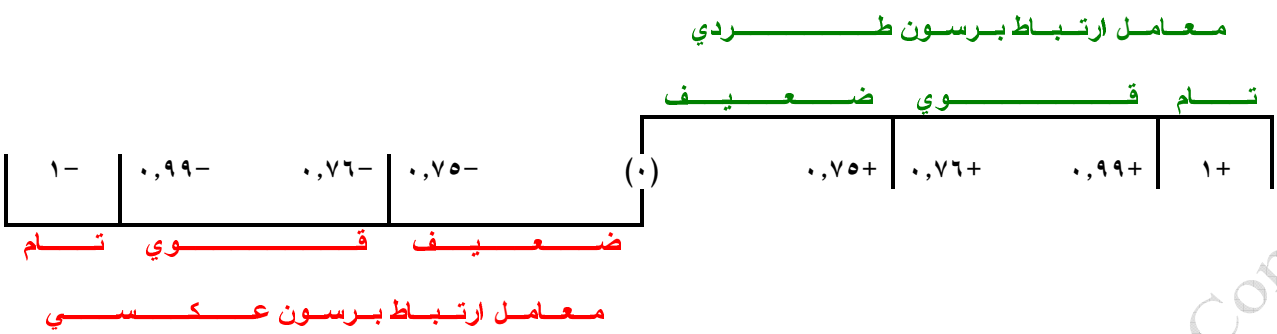
(١) معامل ارتباط برسون (r):

وهو ما يتم به التعويض عن القيم التي تم الحصول عليها وحسابها من خلال المعادلات السابقة مباشرة بالقانون العام للمعامل والحصول على النتيجة ومن ثم فحصه ومعرفة ما إذا كان طردياً أو عكسياً ودرجة ذلك. من خلال القانون التالي:

$$r = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{SX * SY}$$

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.Com

قاعدة: يجب أن يكون الناتج دائماً وأبداً محصوراً بين (+١) و (-١) فقط حيث لا يمكن أن يكون الناتج أكبر أو أصغر من (١) بصورة مطلقة وإلا فإن النتيجة تكون خاطئة، وتفسر على النحو التالي:



(٢) معادلة خط الانحدار:

وهو ما يعني معرفة مقدار (Y) بمعلومية (X)، أو بعبارة أخرى، يقوم السؤال بإعطاء معلومة (X) ومن ثم يطلب معلومة أو مقدار (Y) من تلك من خلال (X)، وقانون ذلك ما يلي:

$$Y = b_0 + b_1 X$$

(X) معطاة دائماً وتسمى ((المتغير المستقل)).
(Y) مطلوب تقديرها وتسمى ((المتغير التابع)).
(b_0) ويتم الحصول عليها من خلال المعادلات كما سيبين أدناه، وتسمى ((المقطع)) أو ((الثابت)) أو ((الجذر المقطوع من Y)). ولا يمكن الحصول على (b_0) إلا بعد الحصول على (b_1).
(b_1) ويتم الحصول عليها من خلال المعادلات كما سيبين أدناه، وتسمى ((المعامل)) أو ((الميل)).

حيث القانون التالي:

$$b1 = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{s^2 X}$$

((يلاحظ تشابه تقريبي بين القانون أعلاه وقانون معامل ارتباط برسون باختلاف بسيط))

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

وبالتعويض في القانون الرئيسي يتم الحصول على معادلة خط الانحدار

قاعدة هامة جداً: لابد أن يكون تمييز (X) والتي تعطى بياناتها في السؤال، نفس (ذات) تمييز البيانات، وفي حالة خلال ذلك فلابد من قسمة تلك المعلومة قبل التعويض.

مثال توضيحي:

القيمة المعطاه	التمييز قيم (X)	ملاحظة
٨ آلاف ريال	بالآلاف ٨	إذاً لها نفس التمييز.
٨,٠٠٠ ريال	بالآلاف ٨٠٠٠	نقوم بقسمتها على ١٠٠٠ للحصول على ٨
٨ مائة ريال	بالمئات ٨	إذاً لها نفس التمييز.
٨٠٠ ريال	بالمئات ٨٠٠	نقوم بقسمتها على ١٠٠ للحصول على ٨

Saudi Universities Student Association www.KsaUvi.Com

(٣) معامل ارتباط سبيرمان (الرتب):

وهو ما يعني إعطاء قيم معينة وصفية يمكن معها تقسيمها إلى رتب مشتركة فيما بينها بالمقدار كتقديرات نجاح الطلاب (A/B/C/D) مثلاً. حيث يتطلب الوصول إلى معامل ارتباط سبيرمان إعطاء جدول في السؤال، ومن ثم تعديله في جدول جديد، وفق ما يلي:

١. ترتيب البيانات تصاعدياً من البيانات الصغرى المتشابهة إلى البيانات الكبرى المتشابهة.
٢. تحديد رتبة كل عنصر وذلك بقسمة مجموع الرتب (العناصر) على عددها.

مثال توضيحي (١):

(X)	70	90	90	60	80	60	80	90	60
(Y)									

يلاحظ هنا: أن الرقم (٦٠) هو أصغر الأرقام، وبالتالي يتم البدء منه، حيث يحسب عدد مرات تكراره ويقسم على عدد تلك المرات كما يلي:

(عدد مرات التكرار للرقم ٦٠ = ٣ مرات) أي تكرر (١) و(٢) و(٣) فيكون الناتج (١+٢+٣) ÷ ٣ = ٢

وبذلك يعطى كل رقم (٦٠) في الجدول القيمة (٢) أي الرتبة (٢) ثم الانتقال إلى الرقم التالي (٧٠) وتطبق نفس القاعدة.

فيكون الناتج كما يلي:

(X)	70	90	90	60	80	60	80	90	60
(Y)	4	8	8	2	5.5	2	5.5	8	2

مثال توضيحي (٢):

(X)	D	B	D	A	B	F	C	B	F
(Y)									

يلاحظ هنا: أن الفئة (F) هو أصغر الفئات، وبالتالي يتم البدء منها، حيث تحسب عدد مرات تكرارها ويقسم الناتج على عدد تلك المرات كما يلي:

(عدد مرات التكرار F = ٢ مرة) أي تكرر (١) و(٢) فيكون الناتج (١+٢) ÷ ٢ = ١,٥

وبذلك تعطى الفئة (F) في الجدول القيمة (١,٥) أي الرتبة (١,٥) ثم الانتقال إلى الفئة التالية (D) وتطبق نفس القاعدة.

فيكون الناتج كما يلي:

(X)	D	B	D	A	B	F	C	B	F
(Y)	3.5	7	3.5	9	7	1.5	5	7	1.5

بعد عمل الجدول الثاني وترتيب الرتب، فإن قاعدة معامل ارتباط سبيرمان (الرتب) هي:

$$r = 1 - \frac{6 * \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

وللوصول إلى الحل بتطبيق القانون، فلابد من الوصول إلى (d^2)، وذلك من خلال الجدول التالي:

X	Y	رتبة X	رتبة Y	d	d^2
					xxxxx
					$\sum d^2$

حيث (رتبة X) و(رتبة Y) سبق شرحها (d) = رتبة (Y) – رتبة (X) (d^2) = مربع ناتج (d)

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.Com

تمرين (١): إذا أعطيت البيانات التالية عن الدخل بمئات الريالات (X) والاستهلاك بمئات الريالات (Y) لخمسة أشـــخاص، وهي على النحو التالي:

$\sum X^2 = 990$ $\quad n = 5$ $\quad \sum XY = 512$

$\sum Y = 37$ $\quad \sum X = 68$ $\quad \sum Y^2 = 277$

١. احسب معامل ارتباط برسون (الخط البسيط).

٢. احسب معادلة خط الانحدار ثم قدر فيه الاستهلاك عندما يكون الدخل ٨٠٠ ريال.

الـــحـــــــــل

نلاحظ:

١. التمييز مختلف بين المعطى والمطلوب.

٢. أن قيمة (n) هي (٥).

٣. أن المعلومات المطلوبة للحصول على المعلومات متوفرة دون جدول، وبالتالي فلسنا بحاجة لعمل جدول جديد للحصول على المعلومات.

إذاً: سنقوم باستخراج البيانات الأربع للارتباط والثلاث للانحدار ومن ثم استخراج النتائج:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{68}{5} = 13.6$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{37}{5} = 7.4$$

$$SX = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = 3.61$$

$$SY = \sqrt{\frac{\sum Y^2}{n} - (\bar{Y})^2} = 0.8$$

$$S^2X = \frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2 = 13.04$$

(١) إذاً يكون معامل الارتباط برسون (الخط البسيط) =

$$r = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{SX * SY}$$

$$= \frac{\frac{512}{5} - 13.6 * 7.4}{3.61 * 0.8}$$

$$r = 0.61$$

إذا (+) طردي ضعيف

(٢) معادلة خط الانحدار ثم قدر فيه الاستهلاك عندما يكون الدخل ٨٠٠ ريال =

$$b_1 = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{S^2X}$$

$$b_1 = \frac{\frac{512}{5} - 13.6 * 7.4}{13.04}$$

Saudi Universities Student Association www.KsaUvi.Com

$b_1 = 0.13$

$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$

$b_0 = 7.4 - 0.13 * (13.6) = 5.63$

مطلوب تقدير الاستهلاك (Y) عندما يكون الدخل (X) = ٨ مائة ريال. إذاً:

$Y = b_0 + b_1 X$

$Y = 5.63 + 0.13 * (8) = 6.67$

تمرين (٢): إذا كانت تكاليف الدعاية (X) لنوع من السلع وقيمة المبيعات (Y) بآلاف الريالات على النحو التالي:

الدعاية (X)	11	5	12	4	9
المبيعات (Y)	16	12	10	12	12

والمطلوب:

١. احسب معامل ارتباط برسون (الخط البسيط).
٢. قدر معادلة خط الانحدار ثم قدر قيمة المبيعات عندما تكون تكلفة الدعاية (٧,٠٠٠) ريال.

الـــحـــــــــل

نلاحظ:

١. التمييز مختلف بين المعطى والمطلوب.
٢. أن قيمة (n) هي (٥).
٣. أن المعلومات قد أعطيت في جدول، ولذا لابد من عمل الجدول المقارن للحصول على المعلومات اللازمة للحصول على القيم.

X	Y	XY	X^2	Y^2
11	16	11*16= 176	11*11= 121	16*16= 256
5	12	60	25	144
12	10	120	144	100
4	12	48	16	144
9	12	108	81	144
41	62	512	387	788
$\sum X$	$\sum Y$	$\sum XY$	$\sum X^2$	$\sum Y^2$

نقوم باستخراج البيانات الأربع للارتباط والثلاث للانحدار ومن ثم استخراج النتائج:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{41}{5} = 8.2$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{62}{5} = 12.4$$

$$SX = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = 3.18$$

$$SY = \sqrt{\frac{\sum Y^2}{n} - (\bar{Y})^2} = 1.96$$

$$S^2X = \frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2 = 10.16$$

Saudi University Student Association www.Ksa-Uvi.Com

(١) إذا يكون معامل الارتباط برسون (الخط البسيط) =

$$r = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{SX * SY}$$

$$= \frac{\frac{512}{5} - 8.2 * 12.4}{3.18 * 1.96}$$

$$r = 0.12$$

إذا (+) طردي ضعيف

(٢) معادلة خط الانحدار ثم قدر فيه المبيعات عندما تكون الدعاية ٧,٠٠٠ ريال =

$$b_1 = \frac{\frac{\sum XY}{n} - \bar{X} * \bar{Y}}{S^2X}$$

$$b_1 = \frac{\frac{512}{5} - 8.2 * 12.4}{10.16}$$

$$b_1 = 0.72$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

$$b_0 = 12.4 - 0.72 * (8.2) = 6.49$$

مطلوب تقدير المبيعات (Y) عندما يكون الدعاية (X) = ٧,٠٠٠ ريال = ٧ آلاف ريال. إذاً:

$$Y = b_0 + b_1 X$$

$$Y = 6.49 + 0.72 * (7) = 11.53$$

تمرين (٣): إذا علمت من خلال الجدول التالي نتيجة حصول (٩) طلاب في مادتي الإحصاء والرياضيات:

الرياضيات	70	90	90	60	80	60	80	90	60
الإحصاء	D	B	D	A	B	F	C	B	F

فأحسب معامل الارتباط سبيرمان وحدد العلاقة بين النتيجتين.

الحـــــــــل

بالنسبة لمادة الرياضيات، فإنه يلاحظ:

أن الرقم (٦٠) هو أصغر الأرقام، وبالتالي يتم البدء منه، حيث يحسب عدد مرات تكراره ويقسم على عدد تلك المرات:

(عدد مرات التكرار للرقم ٦٠ = ٣ مرات) أي تكرر (١) و(٢) و(٣) فيكون الناتج (١+٢+٣) ÷ ٣ = ٢

وبذلك يعطى كل رقم (٦٠) في الجدول القيمة (٢) أي الرتبة (٢) ثم الانتقال إلى الرقم التالي (٧٠) وتطبق نفس القاعدة.

(عدد مرات التكرار للرقم ٧٠ = ١ مرة) فيكون الناتج (٤) ÷ ١ = ٤

(عدد مرات التكرار للرقم ٨٠ = ٢ مرة) فيكون الناتج (٥+٦) ÷ ٢ = ٥,٥

(عدد مرات التكرار للرقم ٩٠ = ٣ مرات) فيكون الناتج (٧+٨+٩) ÷ ٣ = ٨

فيكون الناتج كما يلي:

الرياضيات	70	90	90	60	80	60	80	90	60
الرتبة	4	8	8	2	5.5	2	5.5	8	2

Saudi Universities Student Association www.Ksa-Uvi.Com